

GeoGebra⁴

Quickstart

Snelgids voor GeoGebra

Vertaald door Riggy Van de Wiele

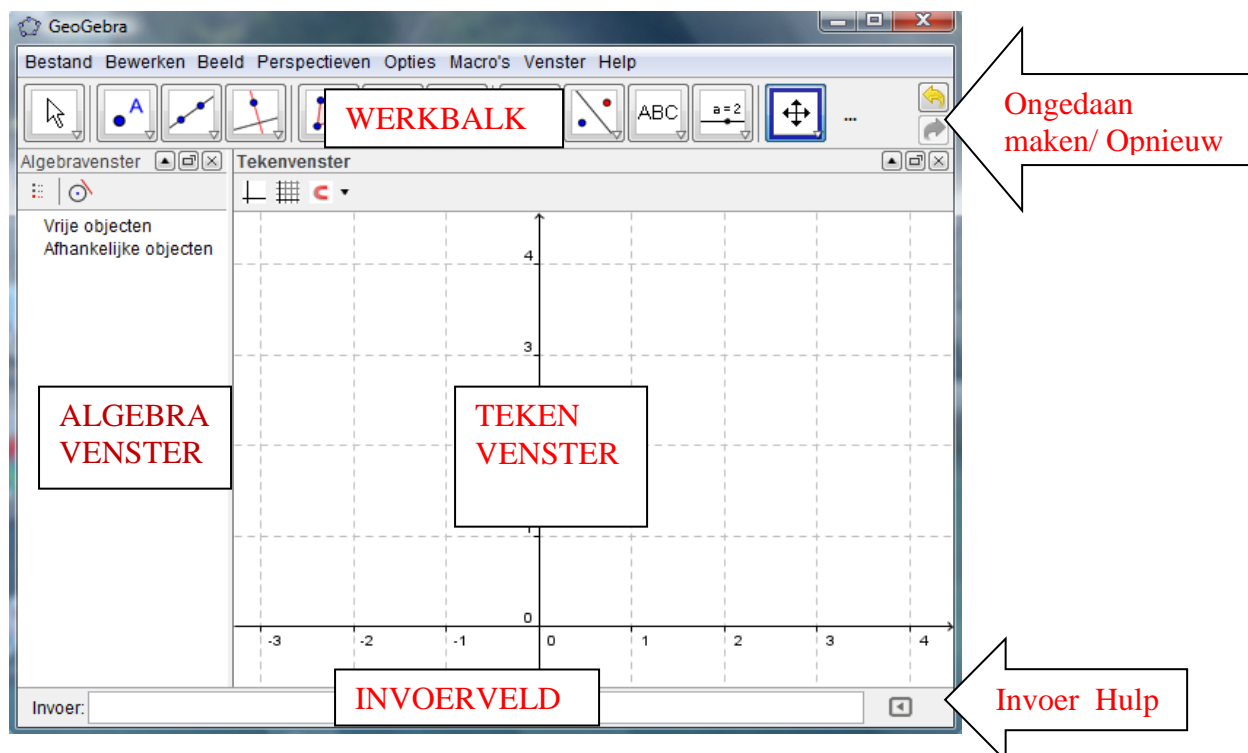
Wat is GeoGebra?

- Dynamische wiskunde software in één enkel gemakkelijk te gebruiken pakket.
- Bedoeld als een krachtig leermiddel voor alle studieniveaus
- Bevat interactieve meetkunde (**geometrie**), **algebra**, tabellen, grafieken, analyse en statistiek.
- Open source software, gratis beschikbaar op www.geogebra.org

Enkele feiten

- GeoGebra maakt het gemakkelijk voor studenten om wiskundige constructies en modellen te maken. Deze modellen en constructies kunnen op een interactieve manier onderzocht worden door objecten te verslepen en parameters te wijzigen.
- GeoGebra is bovendien een scheppend instrument dat leraren toelaat om creatieve interactieve webpagina's te maken. Op www.geogebraTube.org vind je interactief materiaal dat direct bruikbaar is in je lespraktijk. Je wordt ook uitgenodigd om je eigen creaties via deze website te delen met de ganse GeoGebra gemeenschap.

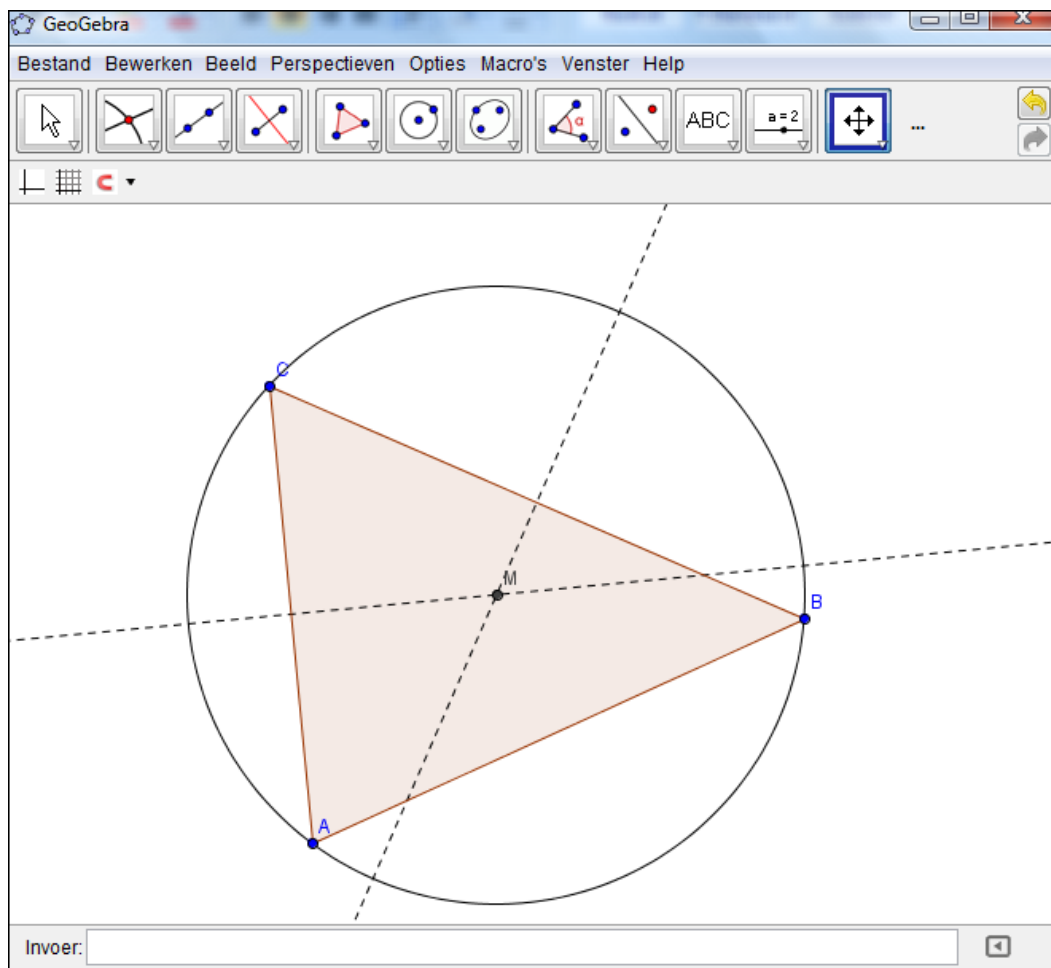
Nadat GeoGebra werd opgestart zie je het hierna afgebeelde venster :



Je kan constructies uitvoeren in het tekenvenster door gebruik te maken van de knoppen in de werkbalk. Tegelijkertijd worden de corresponderende coördinaten en vergelijkingen getoond in het algebravenster. Het invoervenster kan je gebruiken om coördinaten, vergelijkingen, commando's en functievoorschriften rechtstreeks in te voeren door op de enter-toets te drukken. In Geogebra gaan meetkunde en algebra hand in hand samen !

Voorbeeld 1: Omgeschreven cirkel aan een driehoek.

Opdracht: Teken een driehoek ABC en construeer de omgeschreven cirkel.








Constructie met de muis.


Vorbereiding.


- Open het menu *Perspectieven* en selecteer *Meetkundevenster*.


Constructie stappen


1		Selecteer de opdracht <i>Veelhoek</i> in de werkbalk (klik op het kleine pijltje op het derde icoon van links). Klik drie keer in het tekenvenster om de hoekpunten A, B, en C te plaatsen. Sluit de driehoek door terug op A te klikken..
2		Kies vervolgens de opdracht <i>Middelloodlijn</i> en construeer twee middelloodlijnen door op twee zijden van de driehoek te klikken.
3		Maak nu gebruik van de opdracht <i>Snijpunt(en)</i> van 2 objecten en klik achtereenvolgens op de twee middelloodlijnen om het middelpunt te bepalen van de omgeschreven cirkel van de driehoek. Noem dit punt "M" door met de rechtermuisknop te klikken op het punt (Mac OS:ctrl-klik) en daarna in het snelmenu te kiezen voor <i>Naam Wijzigen</i> .
4		Kies om te eindigen de opdracht <i>Cirkel met middelpunt door punt</i> en klik eerst op het middelpunt van de cirkel en vervolgens op een hoekpunt van de driehoek.
5		Kies de opdracht <i>Verplaatsen</i> en maak gebruik van de muis voor het wijzigen van de positie van één van de hoekpunten – je zal ervaren wat men bedoelt met de term "dynamische meetkunde".


Enkele tips

 Probeer de knoppen *ongedaan maken/opnieuw* aan de rechter kant van de werkbalk.

 Je kan objecten onzichtbaar en dan terug zichtbaar maken door op het object te klikken met de rechtermuisknop. Verwijder of plaats een vinkje in het snelmenu bij *object tonen*. Het object zal verdwijnen uit het tekenvenster of er opnieuw in verschijnen".

 De attributen van de objecten (kleur, lijntype,...) kunnen op een eenvoudige manier gewijzigd worden: gebruik daartoe opnieuw de rechtermuisknop om op het object te klikken en kies *Eigenschappen* in het snelmenu.

 Via het menu "Beeld" kan men het algebravenster, de assen en het rooster verbergen of tonen. Idem voor het rekenblad en het CAS venster.

 Om de positie van het tekenvenster te wijzigen kies je de opdracht *Verplaats tekenvenster* en maak je eenvoudigweg gebruik van de muis om het te verplaatsen.

De opdracht *overzicht van de constructiestappen* in het menu Beeld geeft een lijst met alle constructiestappen die je genomen hebt bij het uitvoeren van de constructie. Dit geeft je de mogelijkheid de constructie stap voor stap te herhalen met de pijltjestoetsen en laat je ook toe de volgorde van de verschillende constructiestappen te wijzigen (In het "Help"-menu vind je hierover verdere uitleg). Bovendien kan je gebruik maken van het menu "Beeld" om ongewenste kolommen te laten verdwijnen of gewenste kolommen opnieuw te laten verschijnen.

Constructie door gebruik te maken van het invoerveld

Vorbereiding

- We gaan nu de hoger vermelde constructie opnieuw uitvoeren, echter door gebruik te maken van het invoerveld. Start daartoe een nieuwe tekening met de opdracht *Bestand – Nieuw*.
- Open het menu *Perspectieven* en selecteer *Algebravenster en tekenvenster*.

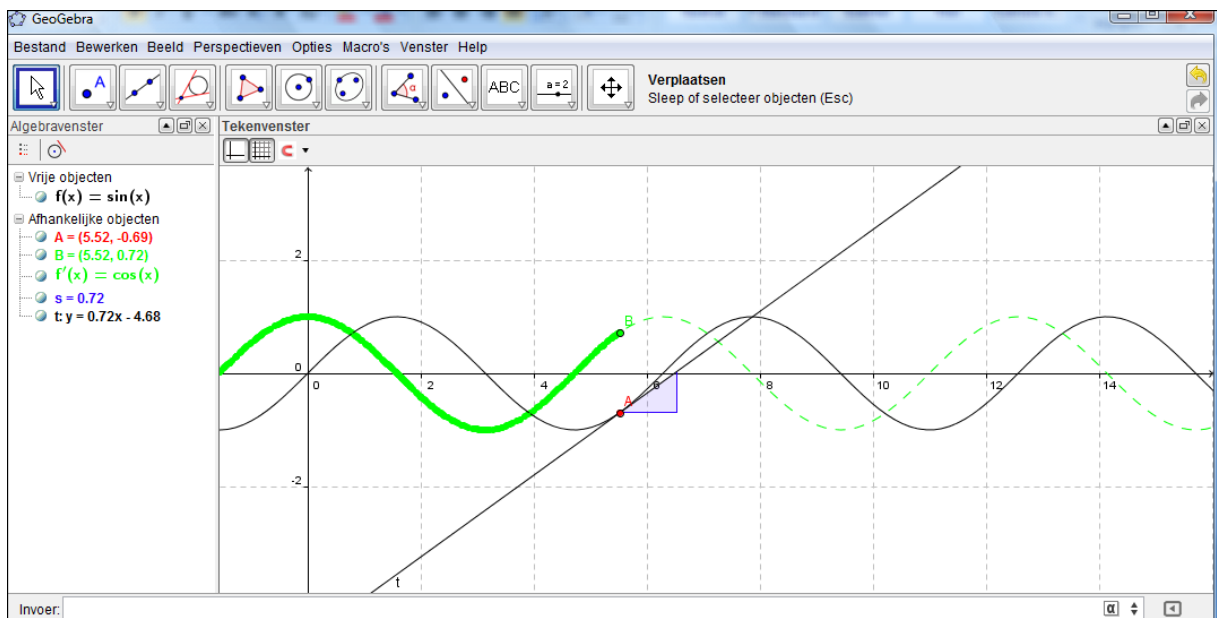
Constructiestappen

Tik in het invoerveld de volgende commando's , het invoerveld bevindt zich onderaan op het scherm, sluit elke lijn af met ENTER.

A = (2, 1)
B = (12, 5)
C = (8, 11)
Veelhoek[A, B, C]
l_a = Middelloodlijn[a]
l_b = Middelloodlijn[b]
M = Snijpunten[l_a, l_b]
Cirkel[M, A]

Voorbeeld 2: Afgeleide van een functie en raaklijn in een punt van de grafiek van de functie

Opdracht : Maak gebruik van GeoGebra om de grafiek vna de functie $f(x)=\sin(x)$ te tekenen, de afgeleide functie te bepalen alsook de raaklijn aan de grafiek van f in een willekeurig punt te tekenen met de bijhorende driehoek die de richting van de raaklijn aangeeft.








Versie 1: Met behulp van een willekeurig punt op de grafiek van de functie.

Vorbereiding.

- Open een nieuw venster door in het menu *Bestand* te klikken op *Nieuw Venster*..

Constructiestappen

1	$f(x) = \sin(x)$	Voer in het invoerveld het functievoorschrift $f(x)=\sin(x)$ in en druk ENTER.
2		Kies de opdracht <i>Nieuw punt</i> en klik op de grafiek van de functie f . Op die manier creëer je een punt A gelegen op de grafiek van f
3		Kies daarna de opdracht <i>Raaklijnen</i> en klik op het punt A en op de functie f . Wijzig de naam van de raaklijn in t (rechtermuisknop, <i>Naam wijzigen</i>).
4	$s = \text{Helling}[t]$	Tik de opdracht $s=\text{Helling}[t]$ in.
5		Nadat je de opdracht <i>Verplaatsen</i> hebt gekozen, verplaats je het punt A met de muis en observeer je op die manier de beweging van de raaklijn.
6	$B = (x(A), s)$	Tik $B = (x(A), s)$ <u>Hint:</u> $x(A)$ geeft de x -coördinaat van het punt A.
		Stel een spoor in voor het punt B door op B te klikken met de rechtermuisknop en kies " <i>Spoor aan</i> ". (Mac OS: ctrl-klik)
7		Kies de opdracht <i>Verplaatsen</i> en verplaats het punt A met de muis- het punt B zal nu een spoor achterlaten.
8	$\text{Afgeleide}[f(x)].$	Tik de opdracht $\text{Afgeleide}[f]$ in.

Enkele Tips

Voer nu in het invoerveld een ander functievoorschrift in, bvb. $f(x) = x^3 - 2x^2$, de afgeleide functie alsook de raaklijn in een willekeurig punt in de grafiek worden onmiddellijk aangepast aan het nieuwe functievoorschrift. Probeer bovendien ook eens het commando $\text{Integraal}[f(x)]$.



Kies de opdracht *Verplaatsen* en verplaats de grafiek van de functie met de muis. Observeer de wijzigingen in de vergelijkingen van de functie en van haar afgeleide.

Automatische aanvulling van commando's: Nadat je de eerste twee letters van een commando hebt getikt verschijnt er een lijst met alle commando's die deze beginletters hebben. Kies uit de lijst het gewenste commando en druk op ENTER.



De invoerhulp kan je vinden rechts van het invoerveld. Je vindt er een lijst met alle commando's die beschikbaar zijn in GeoGebra.

Versie 2: Met behulp van een punt met a als x-coördinaat.

Vorbereiding

Wij gaan nu de vorige constructie op een andere manier maken.. Kies *Bestand-Nieuw* om een nieuw venster te bekommen en aldus met een nieuwe tekening te beginnen.

Constructiestappen

Tik in het invoerveld achtereenvolgens elk van de volgende commando's, druk op ENTER op het einde van elke opdracht.

$$f(x) = \sin(x)$$

$$a = 2$$

$$T = (a, f(a))$$


$$t = \text{Raaklijn}[a, f]$$

$$s = \text{Helling}[t]$$

$$B = (x(T), s)$$

$$\text{Afgeleide}[f]$$

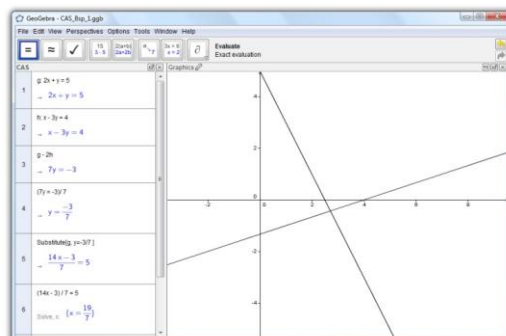
- **Enkele Tips**

 Kies de opdracht *Verplaatsen* en klik op het getal a. Je kan nu de waarde van dit getal wijzigen met behulp van de pijltjestoetsen. Tezelfdertijd zal je zien dat het punt T en de raaklijn in dat punt zich over de grafiek van de functie f bewegen..

Je kan de waarde van een variabele a ook wijzigen door gebruik te maken van een schuifbalk: klik met de rechtermuisknop op de variabele a in het algebra-venster en kies *Toon object*. Wijzig de waarde van a door het punt dat op het lijnstukje is verschenen te verslepen met de muis.

Voorbeeld 3: Oplossen van een stelsel van vergelijkingen

Taak: Los een stelsel van lineaire vergelijkingen op door middel van de substitutiemethode..



Vorbereiding

- Open het menu *Perspectieven* en selecteer *CAS & Grafieken* (CAS = computer algebra systeem). Je zal ook een speciale werkbalk zien, die specifiek is voor het CAS venster
- Noteer dat het CAS venster slechts beschikbaar is vanaf versie 4.2 van GeoGebra.

Constructiestappen

Tik de volgende commando's in in de rijen van het CAS venster. Druk ENTER na elke regel.

1	$g: 2x + y = 5$	Teken de rechte g
2	$h: x - 3y = 4$	Teken de rechte h
3	$g - 2h$	Trek de vergelijkingen van mekaar af om de variabele x te elimineren
4)	Tik) om het resultaat te verkrijgen van de voorgaande stap. Tik dan /7 om $(7y = -3)/7$ te bekomen
5	Substitueer[g, $y = -3/7$]	Vervang y door $-3/7$ in de eerste vergelijking g.
6	$3x = 6$ $x = 2$	Klik op het resultaat $\frac{14x - 3}{7} = 5$ en op de vorige rij om ze te kopiëren in de huidige.. Klik dan op <i>Oplossen</i> om de oplossing voor x te bekomen.

Enkele Tips

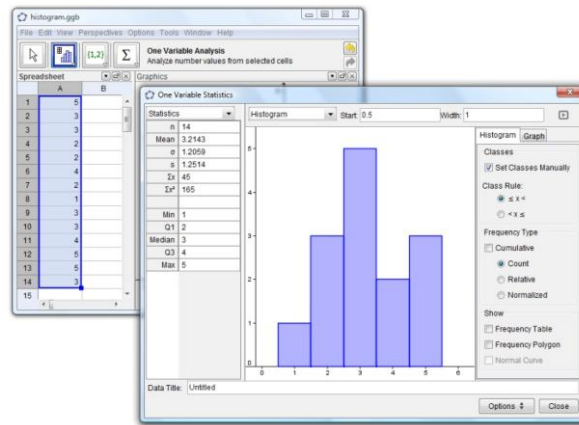
Het CAS venster laat aan studenten toe te werken met breuken, vergelijkingen en formules met niet-gedefinieerde variabelen.

15
3·5

Je kan ook enkel een deel van een uitdrukking manipuleren door het te selecteren met de muis en dan te klikken op een knop, bijvoorbeeld op de knop "ontbind".

Voorbeeld 4: Data-analyse

Taak: Maak een histogram en bereken gemiddelde, mediaan, min en max van een rij van gegevens.



Vorbereiding

- Open het menu *Perspectieven* en selecteer *Rekenblad en tekenvenster*

Constructie Stappen

1		Breng enkele gegevens in in de cellen van kolom A van het rekenblad. Vul bijvoorbeeld A1 tot en met A14 met 5, 3, 3, 2, 2, 4, 2, 1, 3, 3, 4, 5, 5, 3
2		Doe de betreffende cellen oplichten en selecteer de knop „ <i>One Variable Analysis</i> “. <u>Hint:</u> In dit voorbeeld doe je dus de cellen A1 tot en met A14 oplichten en dan klik je op de knop „ <i>One Variable Analysis</i> “
3		Selecteer het aantal klassen dat je wenst te bekomen in de top van het pop-venster <u>Hint:</u> In dit voorbeeld werd gekozen voor 5 klassen, omdat er vijf verschillende waarden gegeven zijn.
4		Je kan het gemiddelde, de mediaan, het maximum en het minimum van de gegevens vinden onder “ <i>statistiek</i> ” aan de linker kant van het pop-up venster
5		Klik op de pijltjesknop bovenaan rechts en selecteer “ <i>Set Classes Manually</i> ” in het “ <i>Histogram</i> ”-menu aan de rechterzijde. . <u>Hint:</u> Druk “ <i>Enter</i> ” nadat je de “ <i>Start</i> ” waarde 0.5 and the “ <i>Breedte</i> ” 1 gespecificeerd hebt (waarden voor dit voorbeeld).

Enkele Tips

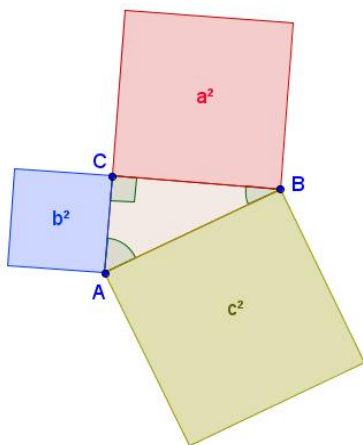
Verander enkele waarden in kolom A en bekijk hoe dat het histogram en de statistische waarden zoals gemiddelde, mediaan, maximum en minimum. beïnvloedt.

Verander het type diagram van “Histogram” naar “Box Plot” in het lijst-venster boven het histogram.

Verdere Informatie

Je vindt verdere informatie, materiaal en hulp op onze web pagina's.

Software	http://www.geogebra.org
Handleiding & Leereenheden	http://wiki.geogebra.org
Werkbladen & Materiaal	http://www.geogebraTube.org
Gebruikersforum	http://www.geogebra.org/forum
GeoGebra Instituut Vlaanderen	http://www.geogebra.be



$$\begin{aligned}
 a &= 10.36 & a^2 &= 107.29 & a^2 + b^2 &= \\
 b &= 6.01 & b^2 &= 36.15 & 107.29 + 36.15 &= 143.44
 \end{aligned}$$

